



Université des Sciences et Technologies de Lille
U.F.R. de Mathématiques Pures et Appliquées
Bât. M2, F-59655 Villeneuve d'Ascq Cedex

**Intégration
Probabilités
Élémentaires
IPÉ-Math306**

Charles SUQUET

Licence de Mathématiques

2006–2007

C'est pour moi un agréable devoir que de remercier Laurence MARSALLE qui a bien voulu se charger du travail ingrat de relecture systématique de la première édition de ce document. Je lui suis redevable d'une multitude de corrections. Les éditions suivantes ont bénéficié des critiques constructives des membres de l'équipe pédagogique Gwénaëlle CASTELLAN, Myriam FRADON, Laurence MARSALLE.

Ce document a été réalisé en utilisant uniquement des *logiciels libres*, L^AT_EX 2_ε pour la composition, METAPOST pour les figures, essentiellement *via* l'extension emp (embedded METAPOST) de L^AT_EX 2_ε. La version PDF mise en ligne bénéficie des fonctionnalités de l'hypertexte, notamment la navigabilité entre les références. Les ordinateurs utilisés étaient tous équipés d'un système d'exploitation LINUX.

La version papier, financée par l'U.F.R. de Mathématiques, a été imprimée, assemblée et reliée au Service de Reprographie de l'UFR de Mathématiques.

Ce cours de probabilités au niveau Bac + 3 s'inscrit dans un parcours « optimisé C.A.P.E.S. ». Faisant l'économie de l'étude de la théorie de la mesure et de la construction de l'intégrale abstraite de Lebesgue, il permet d'arriver plus rapidement aux problèmes de modélisation probabiliste et statistique.

Pour autant il ne s'agit pas d'un cours de mathématiques au rabais. Même si le bagage théorique en analyse est limité aux connaissances acquises (?) lors des deux premières années — complété par une étude des familles sommables et un « rappel » de la construction de l'intégrale de Riemann — on s'efforce de donner des démonstrations rigoureuses de la plupart des résultats étudiés. On y définit par exemple l'espérance d'une variable aléatoire réelle en toute généralité, en n'utilisant que l'intégrale de Riemann et on établit les propriétés de cette espérance ainsi que les théorèmes d'interversion limite espérance classiques dans la théorie de Lebesgue (convergence monotone, convergence dominée).

Ce nouvel enseignement est mis en place par *l'équipe pédagogique* IPÉ-IS constituée de Gwénaëlle CASTELLAN, Myriam FRADON, Laurence MARSALLE et Charles SUQUET. Le complément naturel de ce cours est constitué par les feuilles d'exercices proposées en travaux dirigés. L'équipe pédagogique a son propre site web

<http://math.univ-lille1.fr/~ipeis/>

où l'on pourra trouver tous les polycopiés de cours (au format pdf navigable), l'état d'avancement du cours, les feuilles d'exercices des T.D., des sujets de T.P., les énoncés et la plupart des corrigés des devoirs, devoirs surveillés et examens.

Villeneuve d'Ascq, octobre 2006
Charles SUQUET

Mots-clés : convergence en probabilité, convergence presque-sûre, covariance, dénombrabilité, dénombrement, espérance, famille sommable, fonction de répartition, fonction de survie, indépendance, intégrale de Riemann, intégrale généralisée, lemmes de Borel-Cantelli, loi des grands nombres, loi continue, loi à densité, loi discrète, loi gaussienne, modélisation probabiliste, probabilité, probabilité conditionnelle, théorème de B. Levi, théorème de convergence dominée, variable aléatoire, variance, vecteur aléatoire.